

| <div data-bbox="76 91 209 293" data-label="Image"> </div> <p>تاریخ آزمون: ۹۹/۱۰/۱۵<br/>مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه</p> | <p>باسمه تعالی</p> <p>مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴<br/>دبیرستان غیردولتی هدی (دوره دوم)</p> <p>آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹</p> <p>تعداد صفحه: ۳      تعداد سوال: ۱۶</p>                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>نام و نام خانوادگی:</p> <p>سوالات امتحان درس: آمار و احتمال</p> <p>پایه: یازدهم</p> <p>رشته: ریاضی</p> <p>نام دبیر: خانم فرایی</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>تاریخ تصحیح: ۹۹/ /      نمره: با عدد ( )      نمره با حروف: ( )      امضای دبیر:</p>                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                       |
| بارم                                                                                                             | شرح سوالات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | ردیف                                                                                                                                  |
| ۱                                                                                                                | <p>درستی یا نادرسی هر یک از عبارات های زیر را تعیین کنید</p> <p>الف) گزاره هایی نظیر <math>(P \wedge \sim P)</math> را گزاره های همیشه درست می نامیم</p> <p>ب) علم آمار، شناختن جامعه نامعلوم با استفاده از نمونه های جمع آوری شده معلوم است</p> <p>ج) <math>A \times B = B \times A \Rightarrow A = B</math></p> <p>د) تعداد ۱۰ زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه <math>\{a, b, c, d, e, f\}</math> شامل عضو <math>a</math> وجود دارد</p> | ۱                                                                                                                                     |
| ۱                                                                                                                | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید</p> <p>الف) جمله های پرشی، امری و ..... گزاره محسوب <u>نمی شود</u>.</p> <p>ب) اگر در یک گزاره شرطی مقدم نادرست باشد، ارزش آن ..... می شود</p> <p>ج) مجموعه <math>A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}</math> دارای ..... عضو است.</p> <p>د) دو پیشامد که اشتراک آن ها تهی باشد دو پیشامد ..... نام دارد</p>                                                                                  | ۲                                                                                                                                     |
| ۱                                                                                                                | <p>ثابت کنید هرگاه <math>n</math> عدد صحیح و <math>n^2</math> مضرب ۵ باشد، آنگاه <math>n</math> نیز مضرب ۵ است.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۳                                                                                                                                     |
| ۱                                                                                                                | <p>نقیض گزاره های زیر را بنویسید.</p> <p>الف) همه دانش آموزان، فعال یا با هوش هستند.</p> <p>ب) <math>\exists x \in R: \sqrt{x} \in N</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۴                                                                                                                                     |
| ۱/۲۵                                                                                                             | <p>اگر دو عضو به مجموعه متناهی <math>A</math> اضافه کنیم تعداد زیر مجموعه های آن ۳۸۴ واحد افزایش می یابد. <math>A</math> چند عضو دارد؟</p> <p>مجموعه <math>A</math> چند زیر مجموعه سره یا محض دارد؟</p>                                                                                                                                                                                                                               | ۵                                                                                                                                     |
| ۱/۲۵                                                                                                             | <p>کدام یک از مجموعه های زیر با هم مساویند؟ با ذکر دلیل</p> <p><math>A = \{m \in Z \mid  m  &lt; 2\}</math></p> <p><math>B = \{x \in Z \mid x^2 = x\}</math></p> <p><math>C = \{y \in Z \mid y^2 \leq 2y\}</math></p> <p><math>D = \{m \in Z \mid m^2 \leq 1\}</math></p> <p><math>E = \{m \in Z \mid m^2 + 2m = 3m^2\}</math></p>                                                                                                    | ۶                                                                                                                                     |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                        |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱/۵  | <p>به کمک جدول ارزش گزاره ها نشان دهید.</p> $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$                                                                                                                                    | ۷  |
| ۱/۲۵ | <p>به روش عضو گیری ثابت کنید.</p> $A - B' = A \cap B$                                                                                                                                                                                                  | ۸  |
| ۱/۲۵ | <p>الف) یک افراز سه عضوی از مجموعه <math>A = \{a, b, c, d, e\}</math> بنویسید.</p> <p>ب) مجموعه <math>A</math> چند افراز دو عضوی دارد؟</p>                                                                                                             | ۹  |
| ۱/۲۵ | <p>با استفاده از قوانین و خواص (جبر مجموعه ها) درستی تساوی زیر را ثابت کنید؟</p> $(A - B) \cup (A \cap C) = A - (B - C)$                                                                                                                               | ۱۰ |
| ۲    | <p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 3 \\ 1 &amp; 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \end{bmatrix}, C = \{1, 2, 3\}</math> نمودار مجموعه های <math>A \times B, B \times C, A^c</math> و <math>C^c</math> را رسم کنید</p>              | ۱۱ |
| ۱    | <p>مجموعه های <math>A, B, C</math> را طوری مثال بزنید که داشته باشیم <math>A \in B, B \in C, A \notin C</math></p>                                                                                                                                     | ۱۲ |
| ۰/۷۵ | <p>مجموعه <math>A = \{2, 3\}</math> را بنویسید؟</p>                                                                                                                                                                                                    | ۱۳ |
| ۱/۵  | <p>اگر <math>A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 2x\}</math> و <math>B = \{-1, 1\}</math> دو مجموعه باشند مجموعه <math>A</math> را با اعضا مشخص کنید.</p> $(A \times B) - (B^c \cap A^c)$                                                             | ۱۴ |
| ۱/۵  | <p>اگر <math>A, B</math> دو پیشامد از یک فضای نمونه باشند به طوریکه <math>P(A) = \frac{2}{5}, P(B^c) = \frac{4}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{5}</math> حاصل <math>P(A \cup B), P(A - B)</math> را بدست آورید</p>                                         | ۱۵ |
| ۱/۵  | <p>از مجموعه <math>A = \{1, 2, 3, \dots, 15\}</math> اعداد به تصادف انتخاب میکنیم مطلوبست:</p> <p>الف) احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۵ بخشپذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.</p> <p>ب) احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۵ یا ۳ بخشپذیر باشد را محاسبه کنید؟</p> | ۱۶ |

بنام خدا

(الف) نادرست (ب) درست (ج) درست (د) درست (ه) درست  
 $\binom{10}{3} = 10$

(الف) غلطی (ب) درست (ج) درست (د) ناسازگار (ه) درست  
 $\binom{10}{3} = 10$

(۳)  $n \in \mathbb{Z}, n^2 = 8K \Rightarrow n = 8K'$  گم  
 فرض

برهان خلف:  $n \neq 8K' \Rightarrow n = 8K' + 1 \xrightarrow{\text{مربع کردن}} n^2 = (8K' + 1)^2 = 64K'^2 + 16K' + 1 = 8(8K'^2 + 2K') + 1 = 8K + 1 \Rightarrow n^2 = 8K + 1$   
 خلاف فرض است  $\Rightarrow$  خود کلمه درست است  
 $n = 8K'$

(۴) (الف) چنین نیست که: همی دانش آموزان، فعال یا باهوش هستند (ب)  $\exists x \in \mathbb{R}: \sqrt{x} \notin \mathbb{N}$  یا  $\forall x \in \mathbb{R}: \sqrt{x} \in \mathbb{N}$

برای موارد درست دیرینه تعلق می گیرد

(۵)  $2^{n+2} = 2^n + 2 \cdot 2^n \Rightarrow 2^{n+2} - 2^n - 2 \cdot 2^n = 0 \Rightarrow 2^n(2^2 - 1 - 2) = 0 \Rightarrow 2^n(4 - 3) = 0 \Rightarrow 2^n = 0$   
 $2^t - t - 2 \cdot 2^t = 0 \Rightarrow 2^t = 2 \cdot 2^t \Rightarrow t = \frac{2 \cdot 2^t}{2^t} = 2 \Rightarrow t = 2$

$2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 2^7 \Rightarrow n = 7$  مقدار عضوهای مجموعه A برابر است

$2^n - 1 = 2^7 - 1 = 128 - 1 = 127$  مقدار زیر مجموعه های سبزه یا محض

$$A: |m| < 2 \Rightarrow -2 < m < 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} A = \{-1, 0, 1\} \quad (4)$$

$$B: x^2 = x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \quad \begin{matrix} x=0 \\ x=1 \end{matrix} \Rightarrow B = \{0, 1\}$$

$$C: y^2 < 2y \Rightarrow y^2 - 2y < 0 \Rightarrow y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(y-2) = 0 \quad \begin{matrix} y=0 \\ y=2 \end{matrix}$$

$$y^2 - 2y \quad + \quad - \quad + \quad \quad C = \{0, 1, 2\}$$

$$D: m^2 \leq 1 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} |m| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq m \leq 1 \Rightarrow D = \{-1, 0, 1\}$$

$$E: m^2 + 2m - 3m^2 = 0 \Rightarrow -2m^2 + 2m = 0 \Rightarrow 2m(-m+1) = 0 \quad \begin{matrix} m=0 \\ m=1 \\ -m=-1 \\ m=-1 \end{matrix}$$

$$E = \{0, 1\}$$

$$A = D$$

$$B = E$$

بهم این سوال از ۲۵، ۱، ۸، ۵ غیر کرد

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \wedge q$ | $\neg p \wedge \neg q$ | $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ | $p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|----------|----------|--------------|------------------------|--------------------------------------------|-----------------------|
| > | > | ن        | ن        | >            | ن                      | >                                          | >                     |
| > | ن | ن        | >        | ن            | ن                      | ن                                          | ن                     |
| ن | > | >        | ن        | ن            | ن                      | ن                                          | ن                     |
| ن | ن | >        | >        | ن            | >                      | >                                          | >                     |

$$A - B' = A \cap B$$

بهم این سوال از ۲۵، ۱، ۸، ۵ غیر یافت

$$\forall x \in (A - B') \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B' \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \cap B \Leftrightarrow$$

$$(A - B') \subseteq A \cap B$$

$$\text{الف) } \{\{a\}, \{b\}, \{c, d, e\}\} \quad \text{ب) } \begin{matrix} 2+2=8 \\ 1+2=8 \end{matrix} \quad \begin{matrix} (8) \times (2) + (8) \times (2) = (9) \\ (1) \times (1) + (8) \times (1) = (10) \end{matrix}$$

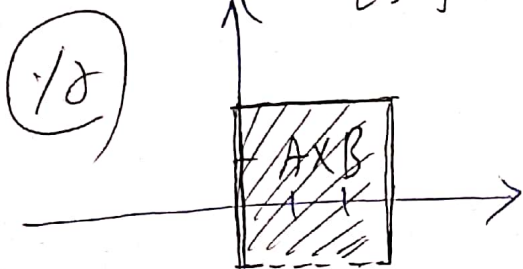
$$(A-B) \cup (A \cap C) = A - (B-C)$$

دلیل:  $(A-B) \cup (A \cap C) = (A \cap B') \cup (A \cap C) = A \cap \underbrace{(B' \cup C)}_{\text{دسته}}$

$$A \cap (B \cap C)' = A - (B \cap C) = A - (B - C) \quad \text{دسته}$$

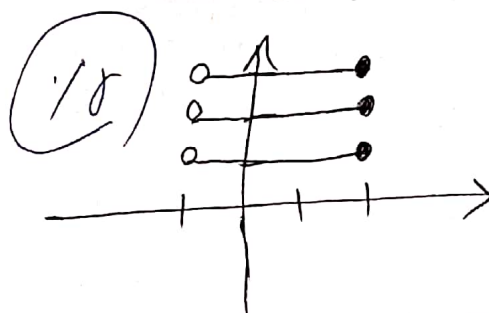
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $\{0, 2\}$                  $\{1, 2\}$



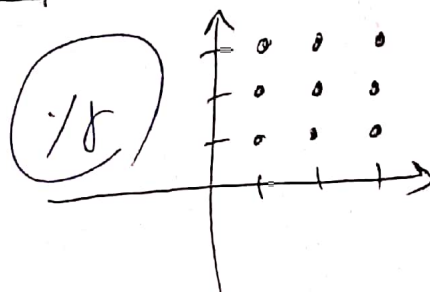
$$B \times C = \{(x, y) \mid x \in B \wedge y \in C\}$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $\{1, 2\}$                  $\{2, 3\}$



$$C^r = \{(x, y) \mid x \in C, y \in C\}$$

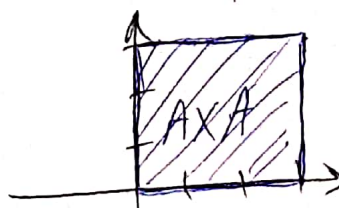
$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $\{1, 2, 3\}$                  $\{1, 2, 3\}$



$$C \times C = C^r$$

$$A^r = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\}$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $\{0, 2\}$                  $\{0, 2\}$



(1/8)

$$A = \{1, 2\}$$

(1/8)

$$B = \{\{1, 2\}, 3\}$$

(1/8)

$$C = \{\{\{1, 2\}, 3\}, 4\}$$

(1/8)

$$P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$$

(1/8)

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 12\} = \{0, 1, 2\}$$

(14)

$$x^2 - 12 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x(x-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=12 \end{cases}$$

|            | 0 | 12 |
|------------|---|----|
| $x^2 - 12$ | + | -  |

$$B = \{-1, 1\}$$

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} = \{(0, -1), (0, 1), (1, -1), (1, 1), (2, -1), (2, 1)\}$$

$$B^c = \{(x, y) \mid x \in B \wedge y \in B\} = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\}$$

$$A^c = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in A\} = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

$$B^c \cap A^c = \{(1, 1)\} \Rightarrow (A \times B) - (B^c \cap A^c) = \{(0, -1), (0, 1), (1, -1), (2, -1), (2, 1)\}$$

$$P(B^c) = \frac{4}{V} \Rightarrow P(B) = 1 - \frac{4}{V} = \left(\frac{V-4}{V}\right)$$

(15)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{V}{8} - \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{8}\right)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{V}{8} + \frac{V-4}{V} - \frac{1}{8} = \frac{1V + 18 - V}{8} = \left(\frac{18}{8}\right)$$

$$n(S) = 180 \Rightarrow P(A) = \frac{\left\{ \frac{180}{8} \right\}}{180} = \frac{20}{180} = \frac{2}{18} \quad (\%20) \quad (19)$$

الت

$$P(A \cap B) = \frac{\left\{ \frac{180}{18} \right\}}{180} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} \quad (\%10)$$

$$\Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{18} - \frac{1}{18} = \frac{1}{18} \quad (\%10)$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{\left\{ \frac{180}{3} \right\}}{180} = \frac{60}{180} = \frac{2}{3} \quad (\%60)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{18} + \frac{2}{3} - \frac{1}{18} = \frac{14}{18} \quad (\%70)$$

ب. راه حل های درست همه تعلق می کنند